Agrupamento de Escolas Domingos Sequeira

EDIÇÃO 01 ANO 2 NOVEMBRO 2023

+MAT

Jornal de Matemática

Direção e Edição de:
Rosa Bértolo e Carla Nunes

Nesta Edição

"Deus criou os números naturais, tudo o resto é trabalho do Homem."
Leopold Kronecker

O problema dos aniversários

Numa turma de 28 alunos, qual será a probabilidade de que haja pelo menos dois deles a fazerem anos no mesmo dia?

Para resolver este problema, vamos começar por pensar ao contrário.

Vamos **calcular a probabilidade de as 28 pessoas fazerem anos em dias todos diferentes:**
Para cada uma delas, o número de possibilidades é 365.
Como estamos a considerar que fazem anos em dias diferentes, há 365 dias favoráveis para o 1.° aluno, 364 para o 2.°, 363 para o 3.°, e assim sucessivamente, até ao 28.°, que poderá fazer anos num qualquer dos 338 dias que restam.

$$P = \frac{365}{365} \times \frac{364}{365} \times \frac{363}{365} \times \ldots \times \frac{338}{365} = \frac{365 \times 367 \times 363 \times \ldots \times 338}{365^{28}}$$

Assim, a probabilidade de isto não acontecer, ou seja, de haver pelo menos duas pessoas com o aniversário no mesmo dia é

$$P = 1 - \frac{365 \times 367 \times 363 \times \ldots \times 338}{365^{28}} \approx 0{,}6545$$

É superior a 65%!

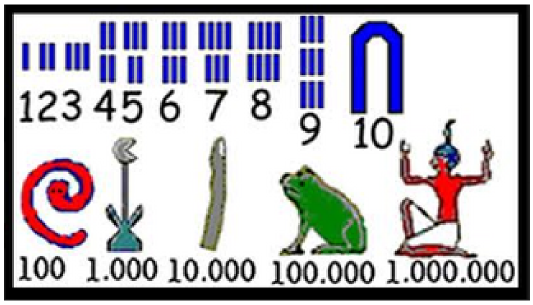
Esperavas este resultado?
E na tua turma, há pessoas a fazerem anos no mesmo dia?
Qual é a probabilidade de isso acontecer?

Na tabela seguinte, estão os valores das probabilidades (P) se considerarmos o problema com (N) pessoas

N	5	10	15	20	23	25	30	40	45	50
P	0,03	0,12	0,25	0,41	0,51	0,57	0,71	0,89	0,94	0,97

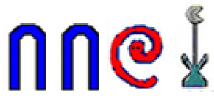
A MATEMÁTICA NO ANTIGO EGITO

Onde e como surgiram os números?
As primeiras representações numéricas surgiram para dar resposta a uma necessidade básica: a contagem de animais.



No antigo Egito, os números eram representados por traços, riscos e outros símbolos, como se pode ver na figura ao lado. Contudo, a ordem de colocação dos símbolos não era relevante.

Por exemplo, na figura ao lado podemos ler o número 1120.



Os números que utilizamos hoje em dia foram criados pelos indianos, em meados do século V da era cristã, mas foram os árabes que expandiram essa forma de contagem, cujos caracteres ficaram conhecidos por "algarismos". A primeira inscrição que se conhece que contém o algarismo 0 data do séc. IX.

Leonor Trindade, 10.ºF

Os egípcios criaram o primeiro alfabeto fonético e inventaram o **papiro - o precursor do papel**, que era formado a partir da planta papiro.
O papiro mais antigo que se conhece foi escrito cerca de 1750 anos a.C e é designado por Papiro de Rhind. Possui este nome devido ao antiquário de Berlim que o comprou em 1858 , Henry Rhind. Rhind passava por problemas de saúde e visitou o Egito pois sabia do conhecimento medicinal que os egípcios possuíam. Chegando a Tebas, comprou um antigo papiro que havia sido descoberto no templo mortuário do faraó egípcio Ramsés II.
Este papiro também é conhecido por Papiro de Ahmes, que foi o escriba que o copiou de um texto ainda mais antigo, e mede cerca de 5,5 m de comprimento por 0,32 m de largura.
Neste, encontramos um texto matemático com mais de 80 problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, progressões, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria.

Parte do papiro que se encontra no *Museu Britânico*, Londres

Apenas aquando das Invasões Francesas esta escrita (hieroglífica) foi descodificada pelo francês Jean-François Champollion (1790 – 1832).
Até aí julgava-se que cada símbolo representava um som, mas afinal representava uma palavra e a justaposição de duas palavras criava uma nova palavra.

Este papiro mostrou-nos que os egípcios se interessavam e sabiam muito de Matemática.
Não nos esqueçamos que foram eles que construíram as pirâmides!!!
É um curso prático de Matemática com cerca de 4000 anos! E ainda hoje se estuda este papiro.

Vejamos um problema que consta do Papiro de Rhind e que nos mostra como era efetuada a multiplicação egípcia.

Multiplicação egípcia

$71 \times 19 = ?$

Os egípcios sabiam calcular o dobro e a metade de uma determinada quantidade, mas não usavam/ conheciam tabuadas. No entanto, faziam todas as operações elementares.

Tinham um método muito engenhoso para efetuar multiplicações que aqui vamos apresentar, fazendo a conta acima indicada:
Consideravam duas colunas de números que se iniciavam com o 1 e o multiplicador da operação, neste caso 1 e 19 (1ª linha da operação).

- Depois, duplicavam os valores da linha anterior.
- E repetiam o processo até o número da coluna da esquerda estar o mais próximo possível do multiplicando (71), mas sem o ultrapassar.
- Escolhiam os números da coluna da esquerda que somam 71: 64+4+2+1
- Assinalavam os correspondentes números da coluna da direita
- Somavam esses valores, o que dá o resultado da operação.

$\times 2$	1	19	$\times 2$
$\times 2$	2	38	$\times 2$
	4	76	
$\vdots$	8	152	$\vdots$
	16	304	
$\times 2$	32	608	$\times 2$
	64	1216	

1	19
2	38
4	76
8	152
16	304
32	608
64	1216
71	**1349**

$\boxed{71 \times 19 = 1349}$

Experimenta, agora, fazer 19×71

Porque é que este método funciona?

De facto,

$$71 \times 19 = (1 + 2 + 4 + 64) \times 19 = 1 \times 19 + 2 \times 19 + 4 \times 19 + 64 \times 19$$

O que vemos na 1ª linha da operação é 1×19, na 2ª, 2×19, na 3ª, 4×19 e na última, 64×19.

Os egípcios

- já usavam a propriedade distributiva
- sabiam que é possível escrever qualquer número natural como soma de potências de 2 (distintas) - é extraordinário, já que esta propriedade foi demonstrada muito mais tarde (uns 4000 anos) por Leibniz (1646 – 1716).

Adaptado de Professor Jorge Nuno Silva, a quem muito agradecemos.

Problema 79 do papiro - os egípcios usavam a Matemática também com fins recreativos, por pura diversão. Já ouviste falar em progressões geométricas? Parece que os egípcios já as conheciam:

"Sete mulheres velhas estão a caminho de Roma;
Cada mulher tem sete mulas;
Cada mula carrega sete sacos;
Cada saco contém sete pães;
e para cada pão há sete facas;
e para cada faca há sete bainhas.
Quantos, no total, estão a caminho de Roma?"

Na década de 1970, um problema de probabilidades correu mundo, o problema de Monty Hall. Este problema/ Paradoxo foi inspirado no concurso televisivo dos EUA: “ Let´s make a deal”, que tinha como apresentador Monty Hall, daí o nome do problema.
A discussão em torno do problema ainda foi maior na década de 90 quando uma colunista Marilyn vos Savant apresentou a solução do problema num dos seus artigos. A escritora foi fortemente criticada, chegando a receber 10 000 cartas a contestar a sua tese, sendo que 1000 destas estavam assinadas por matemáticos que, em alguns casos, até a insultavam. Convém esclarecer que Savant não tinha formação matemática...mas foi considerada a pessoa com o QI mais elevado do mundo.

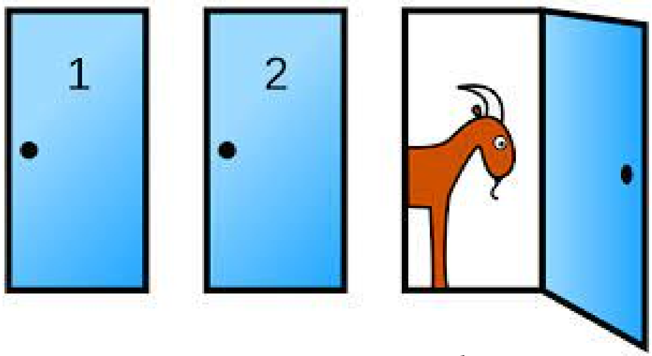
PROBLEMA:

ONDE ESTÁ O CARRO?

Imagina um programa de televisão em que o concorrente deve escolher uma de entre três portas, sabendo que atrás de uma porta há um carro e atrás das outras, duas cabras, uma em cada.

O concorrente escolhe uma porta e o apresentador, que sabe o que está por trás de cada uma das portas, abre uma outra porta, que tem uma cabra.

Nota que duas das portas têm cabras, pelo que, mesmo que o concorrente tenha escolhido uma delas, o apresentador terá sempre outra para abrir.



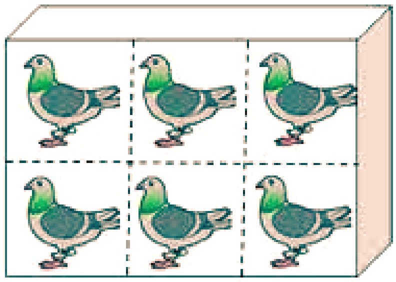
Depois disto, o apresentador pergunta ao concorrente se quer mudar a sua escolha ou se a mantém.

DEVE O CONCORRENTE MUDAR A SUA ESCOLHA? É ESTA A QUESTÃO!

Só o fará se isso aumentar a probabilidade de ganhar o carro, naturalmente!
Qual seria a tua decisão?

Este é um exemplo de um problema de probabilidade que se percebe facilmente, mas cuja solução não é assim tão simples. A prova disso foi o facto de ter confundido matemáticos muito experientes, geniais, mesmo, como Paul Erdős.
Diz-se que este matemático só ficou convencido com a resolução apresentada, ao ver uma simulação computacional que validava a solução, realizada por outro matemático seu amigo (Vazsonyi).

PROBABILIDADES - PRINCÍPIO DO POMBAL OU DAS GAVETAS DE DIRICHLET



Se n+1 pombos habitam n casas, teremos de ter, pelo menos, dois pombos na mesma casa.

Aplicamos esta regra para concluir, por exemplo, que:

Problema 1: Num grupo de 13 pessoas, pelo menos duas fazem anos no mesmo mês.
É fácil justificar esta afirmação!

Problema 2: Em Lisboa há mais de 10 pessoas que têm o mesmo número de cabelos.

Vejamos como podemos justificar esta propriedade.
Em Lisboa há mais de 2 milhões de pessoas. Não há ninguém que atinja os 200 000 cabelos, ou seja, o número de cabelos varia entre 0 (carecas) e 199 999 cabelos (pesquisas na internet permitiram saber que, em média, o ser humano tem cerca de 150 000, entre os 20 e os 30 anos).
Ora, em cada conjunto de 200 000 pessoas, pelo menos duas delas terão o mesmo número de cabelos. Dado que em Lisboa podemos formar, pelo menos, 10 grupos com 200 000 pessoas, concluímos que há em Lisboa pelo menos 10 pessoas com o mesmo número de cabelos.

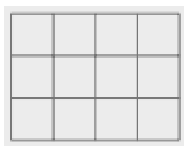
Problema 3
Numa gaveta, há 12 meias brancas e 12 meias pretas.
Quantas meias devemos retirar, ao acaso, para termos a certeza de obter um par de meias da mesma cor?

A resposta é simples: apenas 3 meias.

As duas primeiras meias retiradas podem ter a mesma cor (branca ou preta), aqui bastam duas.
Se as cores alternarem, a terceira meia já repete a cor de uma das duas anteriores, visto haver apenas 2 cores: B P B ou B P P, ...

E se existissem, ainda, 12 meias azuis? **(Desafio 1)**

Problema 4:
Se marcarmos 13 pontos num retângulo 3x4, como o da figura, existem dois pontos tais que a distância entre si é menor do que $\sqrt{2}$



Fica a teu cargo a explicação desta propriedade **(Desafio 2)**

+ GEOMETRIAS

Geometria esférica

E se as retas fossem diferentes do que habitualmente concebemos? Estás curioso? **Então este artigo é para ti!**

E esta ideia não se fica pela imaginação, pela teoria, é mesmo uma realidade. Tem aplicação nos sistemas GPS, por exemplo. Vejamos de que Geometria estamos a falar.
Ao longo de toda a tua escolaridade, foste estudando Geometria, a geometria Euclidiana, mas todo esse estudo foi baseado em superfícies planas: linhas e eixos cartesianos.

Mas, se o “plano” fosse uma esfera, tal como a Terra, seria tudo igual?

É aqui que entra a Geometria esférica. Na esfera, o caminho mais curto entre dois pontos é dado por um arco de circunferência. Essa circunferência é usualmente designada por círculo máximo quando se obtém intersetando a esfera com um plano contendo o seu centro.

- Estas circunferências máximas serão as “retas” ,
- os tais arcos, serão os “segmentos de reta”.

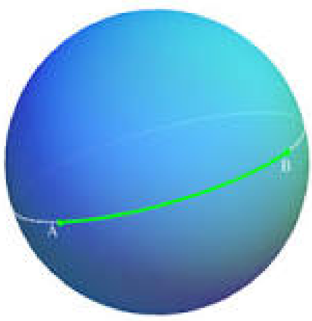
Então **não existem retas paralela**s, visto que todos elas se cortam em algum ponto da superfície.
Como é que respondemos a questões básicas, como por exemplo:

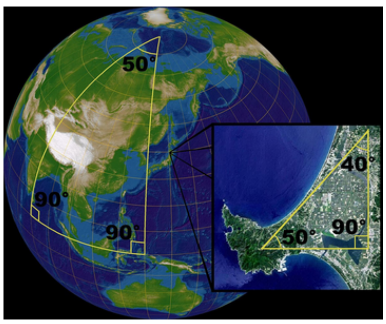
Qual é a distância entre A (Macapá, Brasil) e B (Ilhéu das Rolas, S. Tomé e Príncipe), que se encontram ambas na linha do equador?
A geometria euclidiana não fornece um resultado preciso a esta questão, como podes compreender, dado a Terra não ser plana.

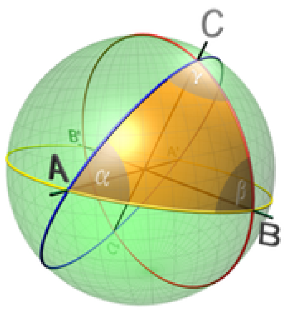
Na Geometria Euclidiana, o caminho mais curto entre dois pontos é o **segmento de reta** determinado por eles.

Como será um triângulo nesta Geometria?
Qual é o valor da soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo?

A tua resposta deve ser 180°. Mas isso é verdade na geometria euclidiana.
Na geometria esférica, a resposta é outra:
A soma dos ângulos internos de um triângulo que esteja desenhado sobre uma esfera **é maior do que 180 graus**, como se exemplifica na figura abaixo.







A Geometria Esférica (ou Elítica) começou a ser estudada por matemáticos no século XIX, especialmente por Bernhard Riemann, que a investigou na década de 1850. Os resultados foram muito controversos e estes matemáticos duramente repreendidos por colegas.
Hoje em dia a Geometria Esférica é de grande valor na navegação e na astronomia.

Muito antes disto, foram vários os investigadores portugueses que se dedicaram à Cartografia, Astronomia e Ciência Náutica, dos quais se destaca Pedro Nunes (1502-1578).
Em 1537, Pedro Nunes sugeria que o barco devesse procurar seguir o rumo de um círculo máximo, efetuando as necessárias correções a intervalos de tempo regulares para contrariar o efeito da curva loxodrómica. Para tal, o matemático português propôs um método matemático que foi alvo de duras críticas pela sua difícil aplicabilidade em alto mar naquela época.

infoescola.com/matematica/geometria-esferica/

+ CURIOSIDADES

1) Quadrados perfeitos

Os pares de quadrados perfeitos: 144 e 441, 169 e 961, 14884 e 48841

e suas respetivas raízes: 12 e 21, 13 e 31, 122 e 221,

são formados pelos mesmos algarismos, porém escritos em ordem inversa.

O matemático Thébault investigou os pares que têm esta curiosa propriedade.
Encontrou, por exemplo, a seguinte dupla: 1 238 769 e 9 678 321

A raiz quadrada de 1.238.769 é 1113 e a raiz quadrada de 9 678 321 é 3111.
Repara que os números dados são formados pelos mesmos algarismos, mas lidos da direita para a esquerda ou da esquerda para a direita, e o mesmo acontece com as suas raízes: 1 238 769 e 9 678 321 e 1113 e 3111. Curioso, de facto! Será que existem mais pares destes números?
Investiga!

(Bernardo Lopes, 10.º B)

2) Números de três algarismos

- Escolhe um número de 3 algarismos
- Repete esse número ao lado do mesmo (obtendo um número com 6 algarismos)
- Divide o número obtido por 13
- Divide o resultado por 11
- Divide novamente o resultado por 7
- O resultado que obténs é igual ao número que escolheste.

Experimenta repetir o processo com outro número.
Consegues explicar este facto?

3) Quadrados perfeitos

Adicionando o número 1 ao produto de quatro números consecutivos, obtém-se um quadrado perfeito:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25 = 5^2$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 121 = 11^2$$

$$3 \times 4 \times 5 \times 6 + 1 = 361 = 19^2$$

...

Experimenta continuar o processo.

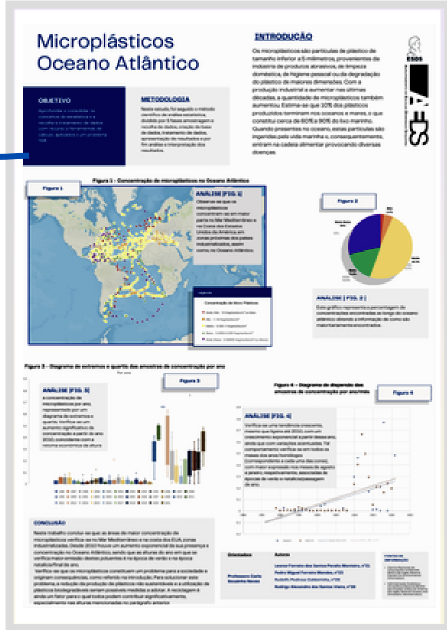
4) Algarismo das unidades

Multiplicando todos os números ímpares do 1 ao 2023, qual é o algarismo das unidades do resultado?
Consegues justificar esta propriedade?

http://www.im.ufrj.br/walcy/Bienal/textos/BELOS%20PROBLEMAS.pdf
http://www.somatematica.com.br/curiosidades.php

+Estatística e Ambiente

No âmbito do conteúdo temático Estatística, no final do ano letivo passado, os alunos Leonor M., Pedro M, Rodolfo C. e Rodrigo V., do 11.º B, realizaram um poster subordinado ao tema Microplásticos nos oceanos, nomeadamente no Oceano Atlântico.



OBJETIVO

Aprofundar e consolidar os conceitos da estatística e a recolha e tratamento de dados com recurso a ferramentas de cálculo, aplicados a um problema real.

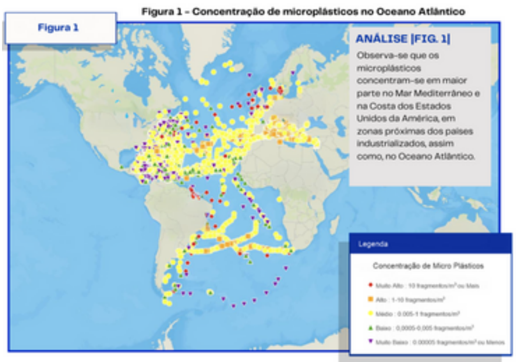
METODOLOGIA

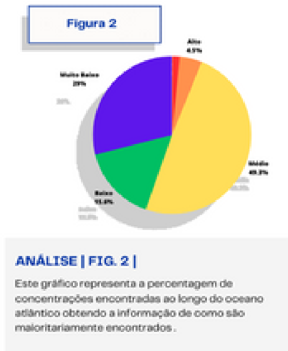
Neste estudo, foi seguido o método científico de análise estatística, dividido por 5 fases: amostragem e recolha de dados, criação de base de dados, tratamento de dados, apresentação de resultados e por fim análise e interpretação dos resultados.

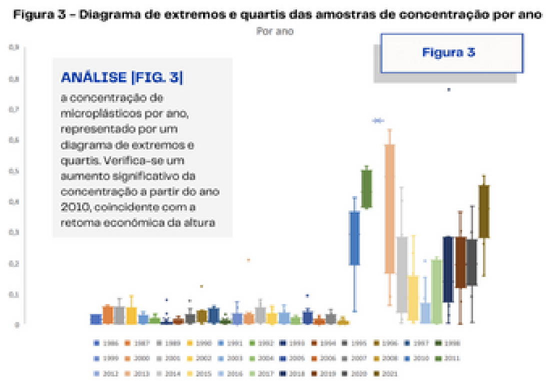
INTRODUÇÃO

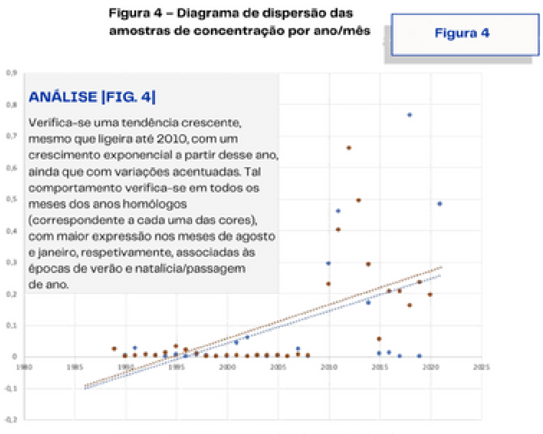
Os microplásticos são partículas de tamanho inferior a 5 milímetros, provenientes da indústria de produtos abrasivos, da higiene pessoal ou da degradação do plástico de maiores dimensões. Com a produção industrial a aumentar nas últimas décadas, a quantidade de microplásticos também aumentou. Estima-se que 10% dos plásticos produzidos terminam nos oceanos e mares, o que constitui cerca de 60% a 90% do lixo marinho.

Quando presentes no oceano, estas partículas são ingeridas pela vida marinha e, consequentemente, entram na nossa cadeia alimentar, provocando diversas doenças.









CONCLUSÃO

Neste trabalho conclui-se que as áreas de maior concentração de microplásticos encontram-se no Mar Mediterrâneo e na costa dos EUA, zonas muito industrializadas. Desde 2010 houve um aumento exponencial da sua presença e concentração no Oceano Atlântico, sendo que as alturas do ano em que a emissão de poluentes é maior é na época de verão e na época natalícia/ final do ano. Verifica-se que os microplásticos constituem um problema para a sociedade, desencadeando problemas grave, como foi referido na introdução.

Para solucionar este problema, a redução da produção de plástcos não sustentáveis e a utilização de plásticos biodegradáveis seriam medidas a adotar. A reciclagem é ainda um fator para o qual todos podem contribuir significativamente.

Fontes: centros nacionais de informação ambiental NCEI; Administração oceânica e atmosférica nacional dos EUA (NOAA)

Sabias que existem ilhas de plásticos nos oceanos?

Faz uma pesquisa sobre este assunto!

1) A nação de Zox

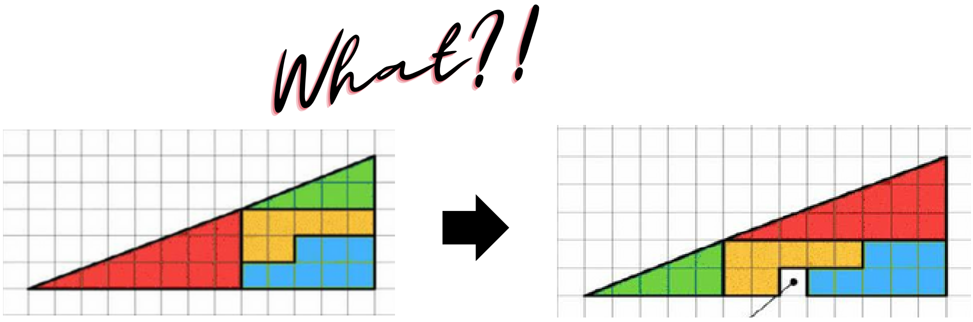
A nação de Zox consiste em cinco ilhas: Zog, Zod, Zob, Zop e Zoz. A população total das cinco ilhas é de 750 Zoxianos.
Calcula quantos Zoxianos vivem em cada ilha.

Seguem-se algumas pistas para te ajudar:

1. A ilha maior é Zod. A ilha mais pequena não é Zoz.
2. A ilha mais pequena tem 1/10 dos Zoxianos de toda a nação de Zox.
3. Uma das ilhas tem 1/5 da população total de Zox. Outra ilha tem 1/3.
4. Zob é uma vez e meia maior do que uma das outras ilhas.
5. Zop tem mais 100 pessoas do que a ilha mais pequena.

(Truques de Lógica Matemática, Kurt Smith)

2)



Movendo as quatro peças, passamos do triângulo da esquerda para o da direita, que são (ou parecem) iguais. Mas sobra um quadrado! Como é que explicas isto?

Rodrigo Paiva, 10.ºB

3) Às compras

Timóteo gastou tudo o que tinha no bolso em cinco lojas.
Em cada loja gastou 1€ a mais do que a metade do que tinha ao entrar.
Quanto tinha o Timóteo no bolso à partida?

(Berloquin, Pierre, 100 jogos numéricos, Gradiva)

Se quiseres enviar a(s) tua(s) resolução(ões), podes utilizar o endereço de email do jornal:

maismatjornal@gmail.com

Serão selecionadas para publicação as melhores resoluções.

<u>Vê as resoluções de todos os desafios propostos na próxima edição do jornal.</u>

+ Notícias

XLII OLIMPÍADAS PORTUGUESAS DE MATEMÁTICA

No dia 8 de novembro realizaram-se as primeiras eliminatórias das XLII Olimpíadas Portuguesas de Matemática, iniciativa promovida pela Sociedade Portuguesa de Matemática.
Participaram no evento 15 alunos na categoria Júnior - 7.º ano, 11 alunos na categoria A - 8.º e 9.º anos e 29 alunos na categoria B - Secundário.
Está a decorrer a fase de apreciação e classificação das provas realizadas, de modo a apurar os alunos admitidos à 2.ª eliminatória que se realizará no dia 10 de janeiro de 2024.

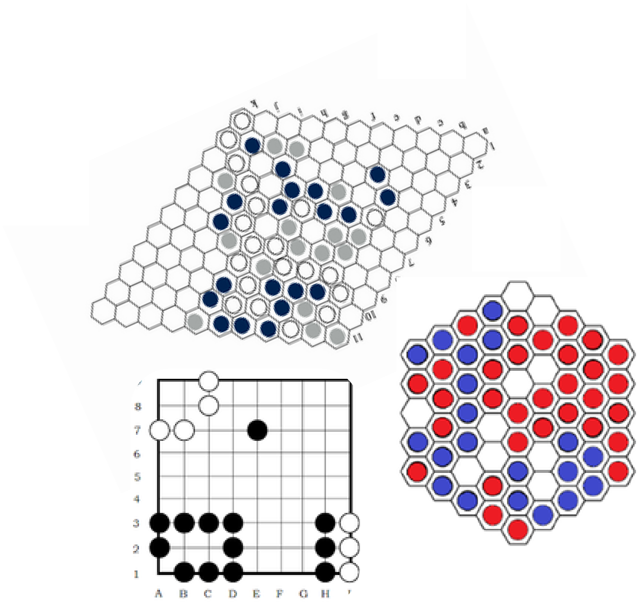
CAMPEONATO NACIONAL DE JOGOS MATEMÁTICOS

A 17ª edição do CNJM terá lugar em Aveiro, no dia 14 de Março de 2024. Dia Internacional da Matemática! Dia do Pi!
A ESDS irá participar neste evento e os jogos a concurso, para alunos do ensino secundário, são:
PRODUTO, ATARI GO e NEX.

Como habitualmente, cada escola pode participar com um aluno por jogo.
Pode ser a tua vez!

Podes consultar as regras dos jogos nos links seguintes:
http://ludicum.org/jogos/abstr/produto/view
http://ludicum.org/jogos/abstr/atari-go/view
http://ludicum.org/jogos/abstr/nex/view

Inscreve-te e participa neste mega evento!



CANGURU MATEMÁTICO

É um concurso que pretende estimular e motivar o maior número possível de alunos para a Matemática e é um complemento a outras atividades, tais como olimpíadas. Em Portugal, a organização deste concurso está a cargo do Departamento de Matemática da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, com o apoio da Sociedade Portuguesa de Matemática.
O Concurso é para todos (não existe seleção prévia) e a prova consiste num questionário de escolha múltipla de várias questões de dificuldade crescente.
As inscrições começam em janeiro.

PMATE

No dia 24 de abril de 2024 terão lugar as Competições Nacionais de Ciência 2024 (PmatE), evento promovido pela Universidade de Aveiro.
A ESDS irá participar nas provas de Matemática destas competições - Concurso Xeqmat.
Inscreve-te junto do teu professor.

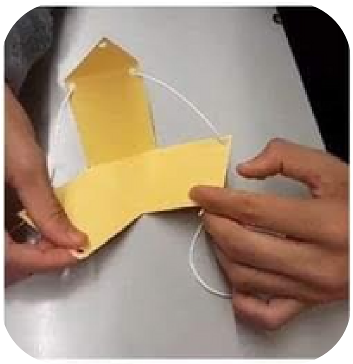
SuperTmatik

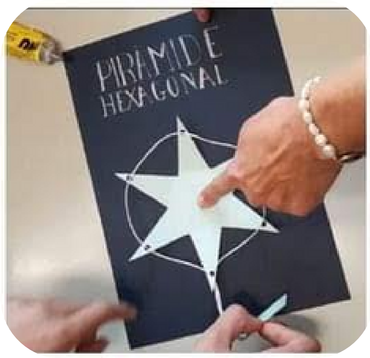
Este ano letivo, a Escola Básica José Saraiva inscreveu-se no campeonato SuperTmatik, de cálculo mental, nomeadamente para o 3º ciclo do Ensino Básico (7º, 8º e 9º ano).
Este campeonato tem como objetivos: desenvolver o cálculo mental; desenvolver destrezas numéricas e de cálculo; promover o contacto social entre pares; e reforçar a componente lúdica na aprendizagem da Matemática.
Para selecionar os alunos finalistas, vão realizar-se eliminatórias presenciais, utilizando os baralhos de cartas, até ao dia 22 de março de 2024 (com datas concretas ainda a definir).
No final das eliminatórias, serão selecionados 2 alunos de cada ano. Assim, teremos 6 finalistas para a grande final, que se realizará online, entre os dias 6 e 24 de maio de 2024.

Do Plano para 3D - Exposição de trabalhos de alunos

No âmbito do módulo 1, Geometria, na disciplina de Matemática e com auxílio da professora Susana Martins, foi realizada uma atividade prática, no período de quatro aulas.
Assim, os alunos do 1ºD GPSI (Curso de Gestão e Programação de Sistemas Informáticos) realizaram uma planificação 2D e 3D de variados sólidos geométricos, utilizando o software GeoGebra, com a finalidade de criar uma exposição, na qual alunos e docentes pudessem interagir de forma a montar os sólidos geométricos planificados pelos alunos.
Esta exposição interativa esteve disponível ao público, na biblioteca da Escola Domingos Sequeira, a partir do passado dia 20 de novembro.

Texto de Valentina Lima, 1.º D



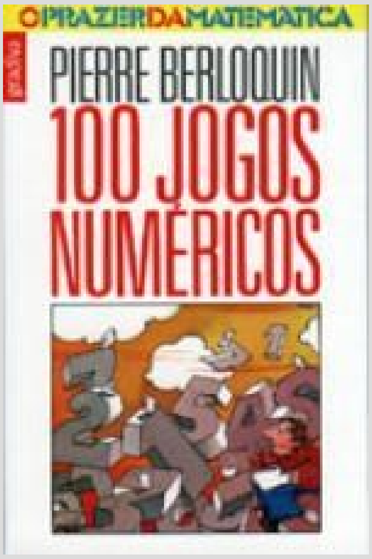


+ Sugestões

Quase a finalizar esta edição, deixamos-te algumas sugestões de leituras e de filmes.
Os livros que propomos estão ambos disponíveis na Biblioteca Municipal.
Os dois filmes sugeridos podem ser vistos e requisitados na Biblioteca da ESDS.

Envia-nos os teus comentários.

Livros



Filmes

Sugestão de Laura Duarte, 12.°E

Sugestão de Luís Rodrigues, 11.° K

Por agora, é só!
Mas não terminamos esta edição sem antes apresentarmos as resoluções dos desafios da edição anterior!
Desejando que tenhas gostado, esperamos pela tua colaboração na próxima edição!

+ RESOLUÇÕES (Edição anterior)

CURIOSIDADES NUMÉRICAS

Desafio - números amigos: encontra os divisores deste par (**1 184** e **1 210**) e comprova que são números amigos (a soma dos divisores de cada um deles, diferentes do próprio número, é igual ao outro número).
De facto,
Os divisores de 1184 são: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 37, 74, 148, 296, 592 e 1184
Os divisores de 1210 são: 1, 2, 5, 11, 121, 10, 22, 242, 55, 605, 110 e 1210

1+ 2+ 4+ 8+ 16+ 32+ 37+74+148+ 296+ 592 = 1210   1+ 2+ 5+ 11+ 121+ 10+ 22+ 242+ 55+ 605+ 110 = 1184

DESAFIOS

1) As bodas de rubi (Atividades matemáticas, Brian Bolt)

Guilherme deu-se conta que a diferença entre o quadrado da sua idade e o quadrado da idade da sua esposa Rute era exatamente igual ao quadrado do número dos seus filhos.
Que idade tinham Guilherme e Rute quando se casaram e quantos filhos tiveram?
Guilherme e Rute conheceram-se jovens, portanto teriam idades muito próximas.
Iguais as idades não poderiam ser, dado que a diferença entre os quadrados seria 0.
Comecemos por supor que as idades diferem em 1 ano e que a Rute é a mais nova, sendo x a sua idade atual.
Tomemos como dado que a Rute tem, atualmente, pelo menos, 58 anos (teria casado aos 18).

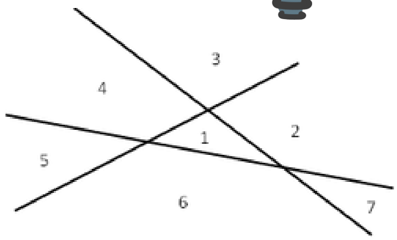
(x+1)^2- x^2 =2x+1, logo 2x+1 tem de ser um quadrado perfeito (quadrado do número dos seus filhos)
se x=58 --> 2x+1= 117 não serve
se x=59 --> 2x+1= 119 não serve
Se x=60 --> 2x+1= 121 =11^2
se x=61 --> 2x+1=123
...
se x=71,5 <-- 2x+1=144 (as idades não são números inteiros e teriam casado aos 31,5 e 32,5...)
A situação possível é terem casado com 40 e 41 anos e terem tido 11 filhos.

Haverá mais situações possíveis?
Vamos supor que a diferença entre as idades é 2 anos
(x+2)^2- x^2 =4x+4= 4(x+1) é múltiplo de 4, o que nos facilita o estudo... exclui o quadrado de números ímpares 14^2=196 , 16^2=256
se x=58, 4x+4=236
se x=60 --> 4x+4=244
se x=61 --> 4x+4=248
se x=63 --> 4x+4=256=16^2 Teriam 63 e 65 anos e casado aos 23 e 25 anos, tendo tido 16 filhos.

Optamos pela primeira resposta. Haverá mais alguma possibilidade?
Deixamos essa investigação a teu cargo!

+DESAFIOS - RESOLUÇÕES

2) Em quantas partes (n.º máximo) dividem o plano várias retas?



Número de retas (n)	0	1	2	3	4	5	6	7	10	100	n
Número de regiões(r)	1	2	4	7	11	16	22	29	56	5051	$(n+1)\frac{n}{2}+1$

Observa que, por exemplo, para n=7, a solução é 29
(o que já não é fácil ver numa figura)

29= 2+2+3+4+5+6+7= 1+1+2+3+4+5+6+7 = 1 + soma dos 7 primeiros números naturais

Para saberes mais, procura a fórmula que te dá a soma de n números naturais consecutivos.

(Atividades matemáticas, Brian Bolt)

3) **Uma moeda a menos** (José Paulo Viana, Desafios)

Temos nove sacos com moedas. O primeiro tem 100 moedas, o segundo tem 200, o terceiro tem 300, e assim sucessivamente até ao último que tem 900 moedas. As moedas são todas iguais e os sacos (vazios) pesam todos o mesmo. Um brincalhão tirou uma moeda de um dos sacos. Queremos voltar a pô-la no sítio, só que não sabemos qual é o saco e contar todas as moedas dá muito trabalho. Como descobrir o saco onde falta a moeda, apenas com duas pesagens?

Proposta de resolução

- os sacos vazios também pesam, logo o número de sacos a colocar nos dois pratos da balança tem de ser igual (ou não saberíamos se a diferença de peso seria do saco ou da moeda a menos);
- fazer 3 grupos de 3 sacos (todos com um total de 1200 moedas); por exemplo:
  1.º grupo: sacos 1, 2 e 9
  2.º grupo: sacos 3, 4 e 5
  3.º grupo: sacos 6, 7 e 8

1ª **Pesagem** : Coloca-se num dos pratos da balança os 3 sacos de um dos grupos e no outro os 3 sacos de outro grupo (supostamente teriam o mesmo peso). Optamos pelos Grupos 1 e 2 , por exemplo:

- a balança equilibra - estes 6 sacos são "bons" e o problema está no outro grupo
- a balança não equilibra - então o problema está num dos sacos que está no prato subiu (mais leve). Temos o grupo que tem o saco já identificado.

Nesta 1ª pesagem temos o Grupo identificado!

2ª Pesagem: pesam-se dois dos sacos deste grupo, um em cada prato da balança. Naturalmente que a balança não vai equilibrar, visto terem número de moedas muito diferentes. Mas conhecemos 6 sacos bons e vamos aí escolher 2 deles para equilibrar os pesos dos sacos que temos na balança.

Por exemplo, se o saco estiver no 3.º grupo, podemos usar os sacos 6 e 7, bastando juntar-lhes os sacos 1 e 2 (7+1 e 6+2).

- a balança equilibra - estes sacos são bons e o saco procurado ficou de fora.
- a balança não equilibra - o prato que fica em cima tem a carga mais leve, que será o saco com menos uma moeda!

ESPERAMOS PELAS TUAS RESOLUÇÕES E SUGESTÕES!